

Corso di Laurea in Ingegneria Edile-Architettura

Progetto di costruzioni in zona sismica
A.A. 2025/2026

23 – PROGETTO DELLE TRAVI: FLESSIONE

Edoardo M. Marino, Università degli Studi di Catania

Processo progettuale

- ✓ 1. Concezione generale della struttura, nel rispetto di principi base di buona progettazione
- ✓ 2. Impostazione della carpenteria dell'edificio
- ✓ 3. Dimensionamento delle sezioni e verifica di massima della struttura
- ✓ 4. Analisi strutturale dettagliata e verifica del comportamento della struttura
- 5. Definizione delle armature ed elaborati grafici

Processo progettuale tradizionale

Modellazione della struttura



Risoluzione degli schemi base



Inviluppo dei risultati



~~Definizione delle armature
in base all'inviluppo~~

No: occorre tener conto della
gerarchia delle resistenze
o anche: progettazione in capacità

NTC, punto 7.2.2

Gerarchia delle resistenze

(progettazione in capacità)

Travi – elementi duttili, che si devono plasticizzare a flessione durante il sisma per dissipare energia



L'armatura a flessione delle travi
deve essere definita in base ai risultati del calcolo

Nota: in realtà è poco influente il fatto che qualche trave sia meno armata e si plasticizzi prima del previsto



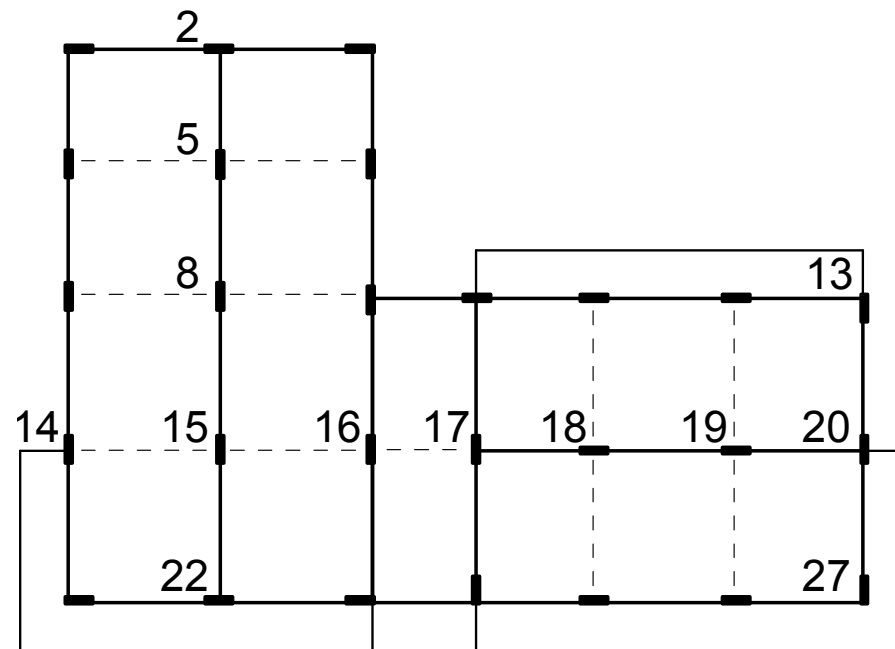
Tutto il resto (armatura a taglio delle travi, armatura a flessione e a taglio dei pilastri) è definito
a partire dalla resistenza a flessione delle travi

Definizione delle armature:
armatura a flessione delle travi

Primo passo

armatura a flessione delle travi

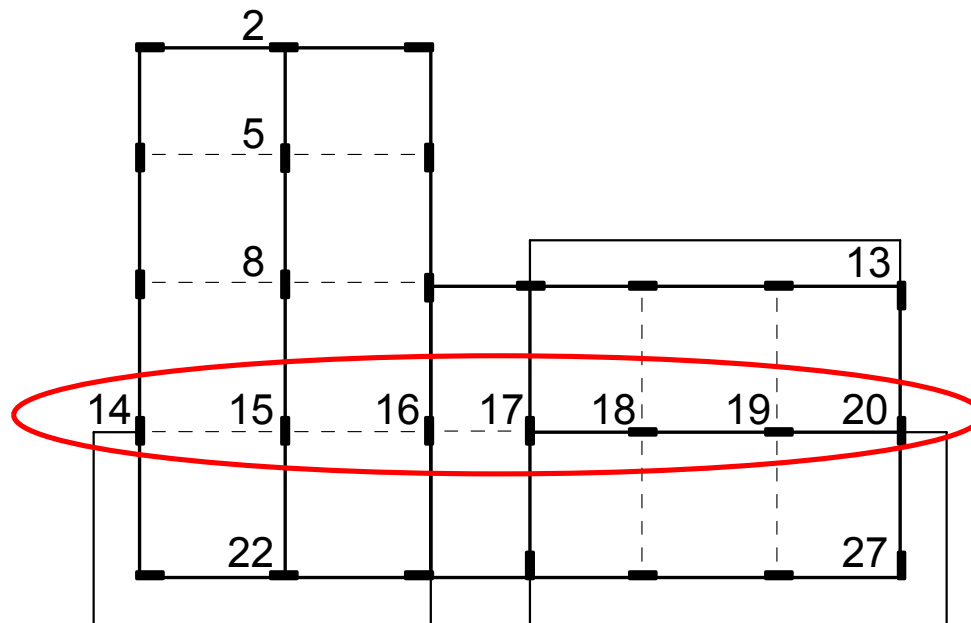
- Si esamina la carpenteria



armatura a flessione delle travi

-
- I valori sono riferiti allo
schema irrigidito a destra

Trave 14-20



Trave 14-20

momento flettente per schemi di carico base

I impalcato – analisi modale

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
16	-25.91	-15.62	26.17	-0.40	0.31	0.48
17	-27.97	-16.84	-18.60	0.29	-0.22	-0.34
17	-40.61	-24.31	132.47	-2.05	1.56	2.41
18	-51.73	-30.98	-190.18	2.93	-2.25	-3.47
18	-79.91	-47.79	201.33	-3.10	2.38	3.67
19	-82.98	-49.65	-201.33	3.10	-2.38	-3.67
19	-60.21	-36.01	190.28	-2.93	2.25	3.47
20	-43.95	-26.29	-157.37	2.43	-1.86	-2.87

Trave 14-20

momento flettente

I impalcato

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)	sisma x	sisma y	x+0.3 y
16	-25.91	-15.62	26.17	-0.40	0.31	0.48	26.48	-0.88	26.74
17	-27.97	-16.84	-18.60	0.29	-0.22	-0.34	-18.82	0.63	-19.00
17	-40.61	-24.31	132.47	-2.05	1.56	2.41	134.03	-4.46	135.37
18	-51.73	-30.98	-190.18	2.93	-2.25	-3.47	-192.42	6.40	-194.34
18	-79.91	-47.79	201.33	-3.10	2.38	3.67	203.71	-6.77	205.74
19	-82.98	-49.65	-201.33	3.10	-2.38	-3.67	-203.70	6.77	-205.73
19	-60.21	-36.01	190.28	-2.93	2.25	3.47	192.53	-6.40	194.45
20	-43.95	-26.29	-157.37	2.43	-1.86	-2.87	-159.22	5.30	-160.81

Trave 14-20

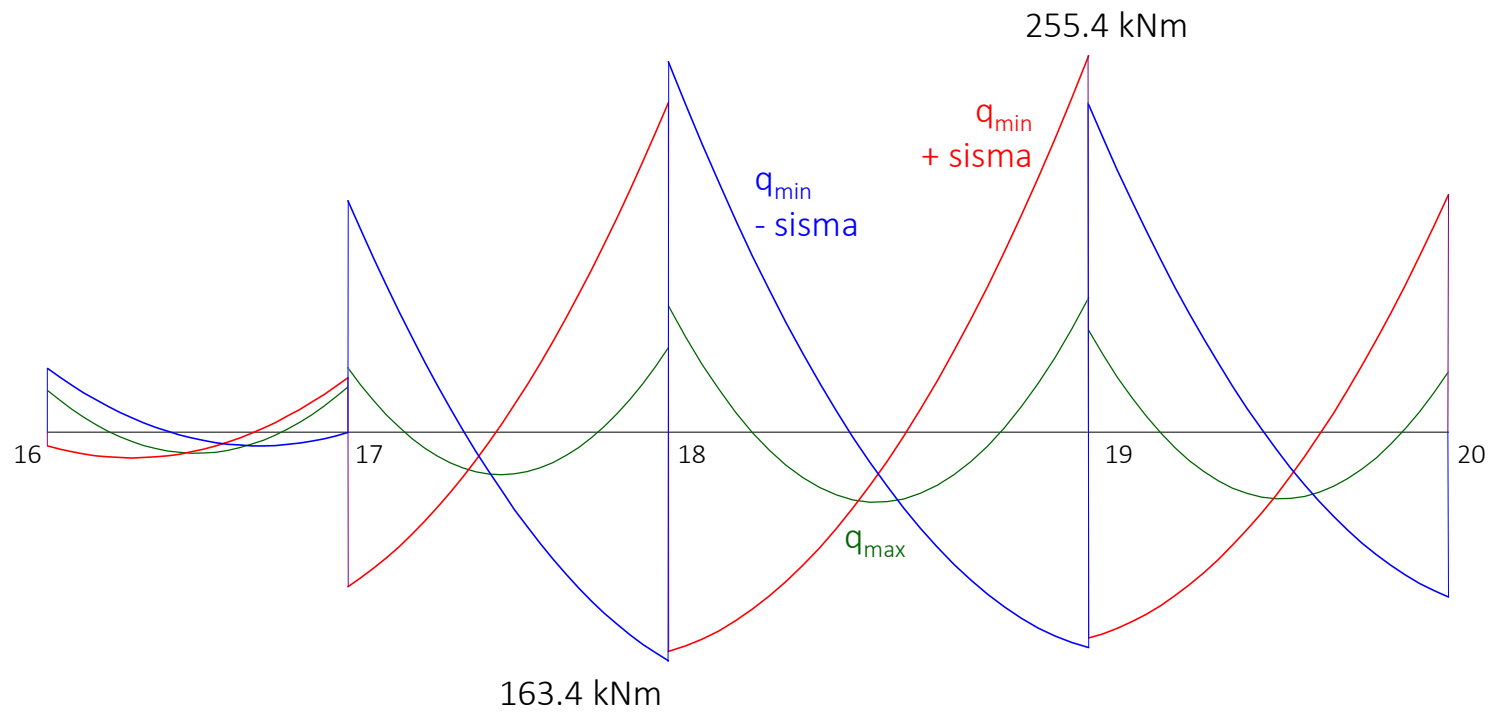
momento flettente

l impalcato

	q max	q min	x+0.3 y	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)
16	-25.91	-15.62	26.74	11.13	-42.36
17	-27.97	-16.84	-19.00	-35.84	2.16
17	-40.61	-24.31	135.37	111.06	-159.68
18	-51.73	-30.98	-194.34	-225.32	163.36
18	-79.91	-47.79	205.74	157.95	-253.53
19	-82.98	-49.65	-205.73	-255.38	156.09
19	-60.21	-36.01	194.45	158.44	-230.46
20	-43.95	-26.29	-160.81	-187.10	134.52

Trave 14-20

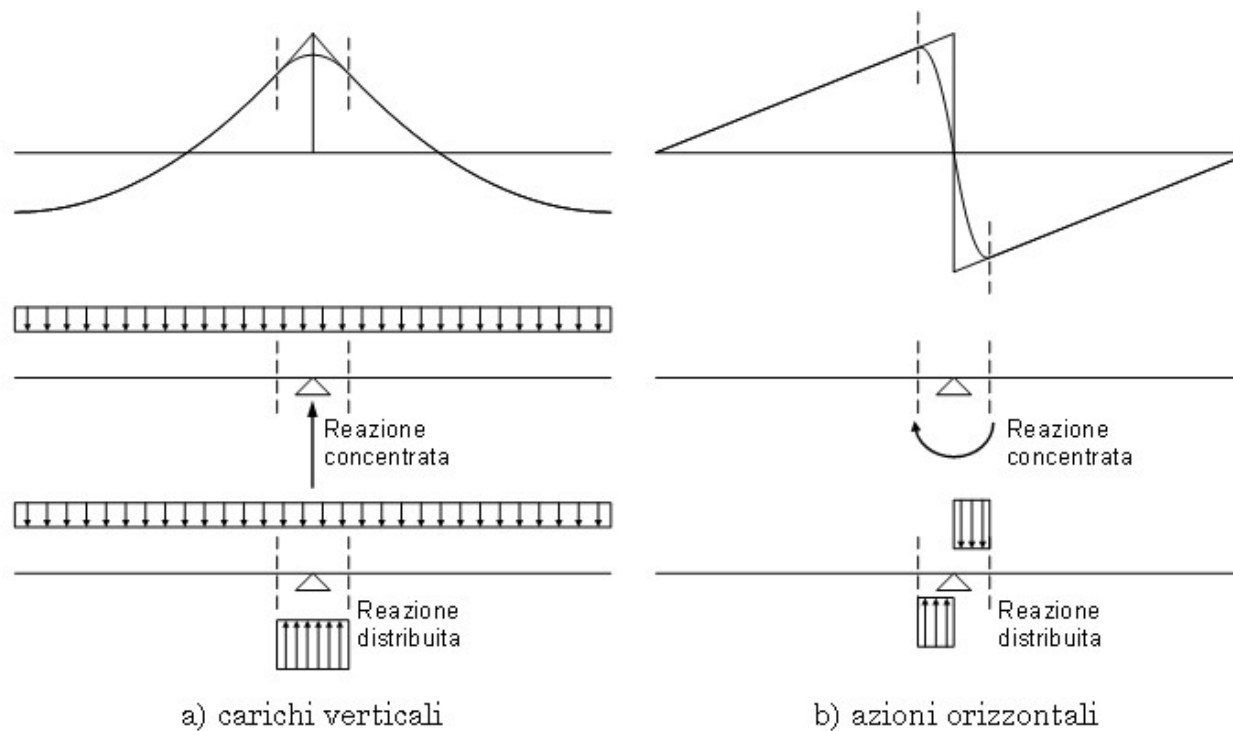
diagramma del momento flettente



Primo passo

armatura a flessione delle travi

- Si parte dall'involuppo dei risultati
 - È possibile far riferimento ai valori a filo pilastro



Primo passo

armatura a flessione delle travi

- Si parte dall'involuppo dei risultati
 - È possibile far riferimento ai valori a filo pilastro

Ma non eccedere con le spuntature se il pilastro è molto grande

- Per la verifica delle sezioni si usano le formule tradizionali

$$M_{Rd} = \frac{b d^2}{r'^2}$$

Trave 14-20

verifica della sezione

- Momento sollecitante (negativo):
 $M_{Ed} = 255.4 \text{ kNm (in asse)} \quad 197.9 \text{ kNm (a filo)}$
- Si noti che:
 - Era stato previsto un momento di 286.7 kNm (in asse) dove ora si trova 255.4 kNm (-11%)
 - Si era considerata una riduzione a filo del 15%, mentre ora trovo una riduzione del 22.5%
 - In alcune travi si trova un momento maggiore, con un massimo (per le travi 30×60) di circa 287 kNm in asse e 222 kNm a filo pilastro; questo fa pensare alla possibilità di ridurre la sezione delle travi ai due piani inferiori

Trave 14-20

verifica della sezione

- Momento sollecitante (negativo):

$$M_{Ed} = 255.4 \text{ kNm (in asse)} \quad 197.9 \text{ kNm (a filo)}$$

Momento resistente:

con semplice armatura
($r = 0.0197$)

$$M_{Rd} = \frac{b d^2}{r'^2} = 242.4 \text{ kNm}$$

con doppia armatura
($u=0.25$, $r'=0.0171$)

$$M_{Rd} = \frac{b d^2}{r'^2} = 321.7 \text{ kNm}$$

La sezione è pienamente accettabile
(anche senza armatura in compressione)

Primo passo

armatura a flessione delle travi

- Si parte dall'involuppo dei risultati
 - È possibile far riferimento ai valori a filo pilastro
- Per il progetto (o il controllo) si usano le formule tradizionali

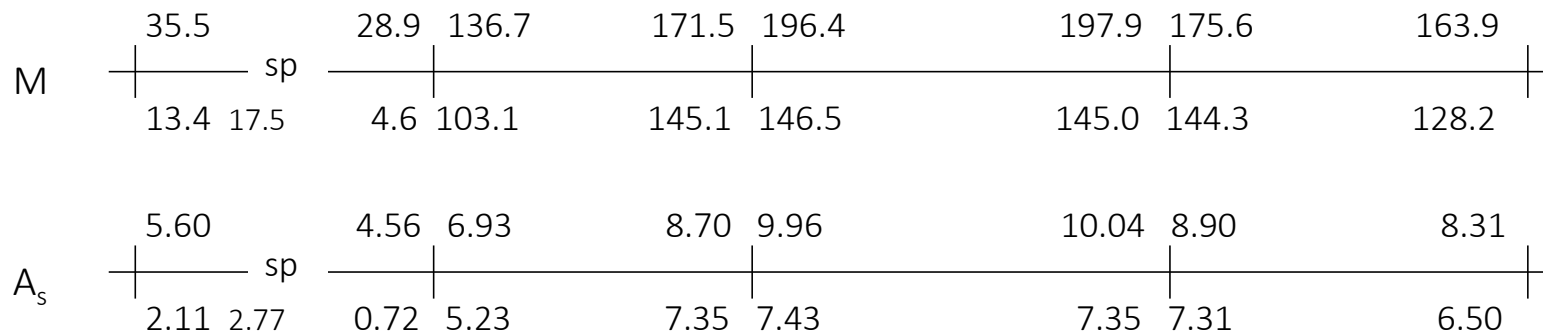
$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}}$$

Nota: il diagramma dei momenti risente molto dell'effetto del sisma (forti valori positivi all'appoggio). Questo può condizionare la disposizione delle barre di armatura

Primo passo

armatura a flessione delle travi

- Si parte dall'involuppo dei risultati
 - È possibile far riferimento ai valori a filo pilastro
 - Consiglio di riportare a mano su un foglio di carta i valori del momento flettente (a filo) e delle corrispondenti armature (sia per momento negativo che per momento positivo)



Progetto dell'armatura longitudinale

limiti di normativa

Ulteriori prescrizioni:

- Disporre sempre almeno 2 $\varnothing 14$ sia sup. che inf.
- Armatura compressa almeno pari al 25% della armatura tesa, sempre, e al 50% della armatura tesa, nelle “zone dissipative”
- Armatura superiore, sempre almeno 1/4 dell'armatura massima disposta agli estremi

Zona dissipativa - dal filo pilastro un tratto pari a:

h_{trave} per DC”B”

NTC, punto 7.4.6.2.1

$1.5 h_{trave}$ per DC”A”

NTC, punto 7.4.6.1.1
EC8, parte 1.1, punto 5.4.3.1.2 e 5.5.3.1.3

Progetto dell'armatura longitudinale

limiti di normativa

Posto: $\rho = \frac{A_s}{b h}$ $\rho_{\text{comp}} = \frac{A_{s,\text{comp}}}{b h}$

Deve essere: $\frac{1.4}{f_{yk}} < \rho < \rho_{\text{comp}} + \frac{3.5}{f_{yk}}$

Nota:
l'Eurocodice 8 prescrive $\rho_{\text{min}} > 0.5 \frac{f_{\text{ctm}}}{f_{yk}}$

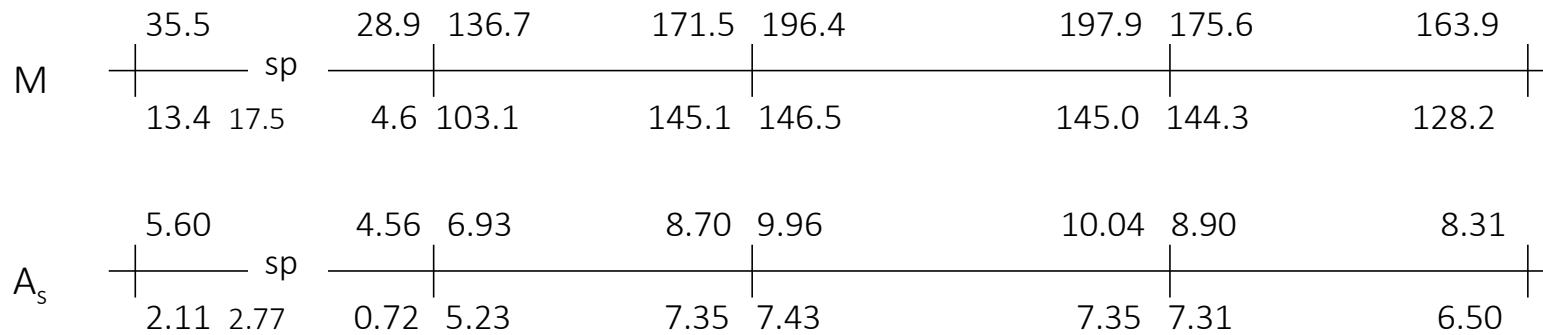
Nel caso in esame (trave 30x60) questo implica che

$$5.6 \text{ cm}^2 < A_s < A_{s,\text{comp}} + 14.0 \text{ cm}^2$$

$$5.1 \text{ cm}^2 < A_s \quad \text{per EC8}$$

Trave 14-20

progetto dell'armatura longitudinale

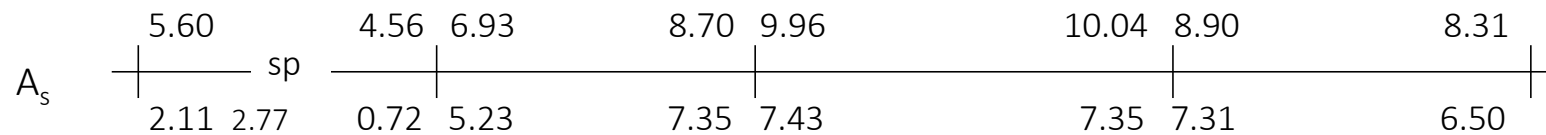


- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare

Trave 14-20

progetto dell'armatura longitudinale - inferiore

- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare

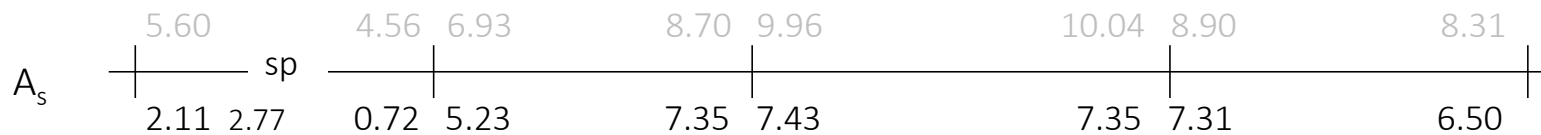


- Ora tendenzialmente preferisco usare barre $\varnothing 16$ e $\varnothing 20$, ricordando che le prime hanno area 2.01 cm^2 e le seconde 3.14 cm^2

Trave 14-20

progetto dell'armatura longitudinale - inferiore

- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare

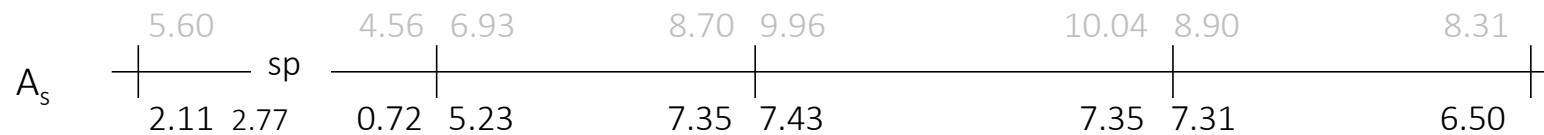


- Dispongo normalmente almeno 3 \varnothing 16 filanti inferiori
- Metto solo 2 \varnothing 16 inferiori nel caso di travi a spessore molto corte e/o poco caricate
- Metto 4 \varnothing 16 inferiori nel caso di travi a spessore ben sollecitate, per mettere una doppia staffa

Trave 14-20

progetto dell'armatura longitudinale - inferiore

- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare

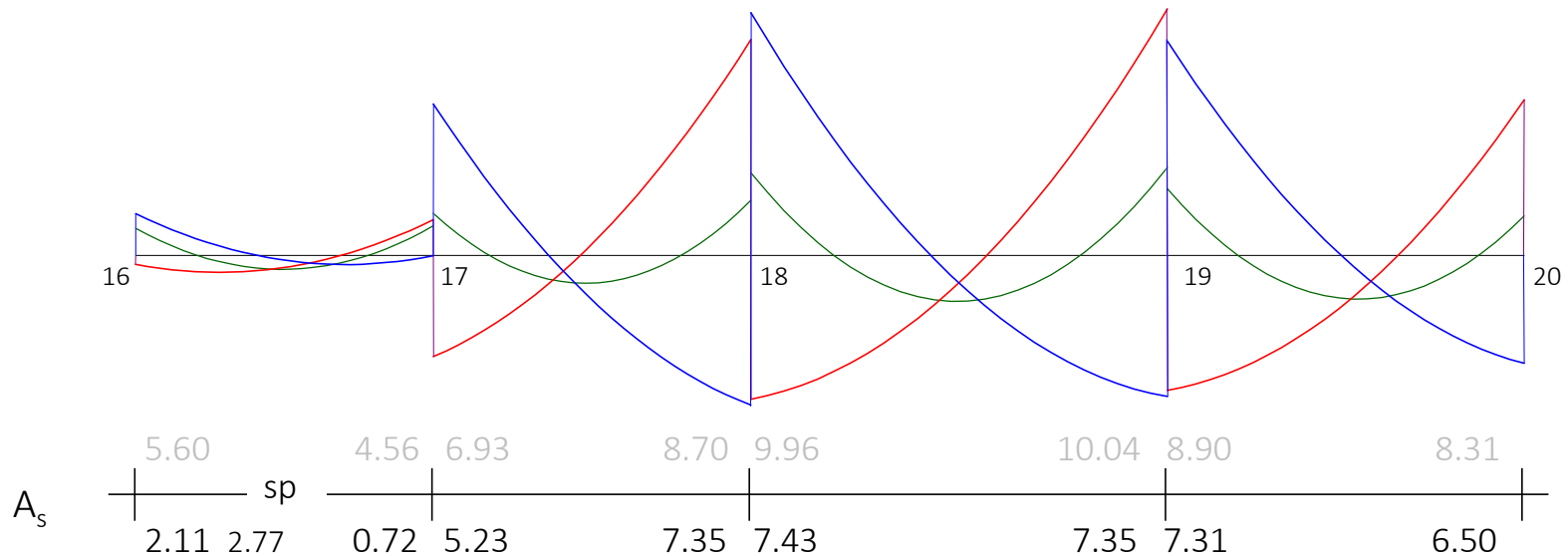


- Interrompo le armature filanti inferiori agli appoggi se il massimo momento positivo si ha in prossimità della mezzzeria
- Se invece il momento positivo è massimo all'appoggio o in sua prossimità interrompo le armature filanti inferiori nella mezzzeria

Trave 14-20

progetto dell'armatura longitudinale - inferiore

- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare

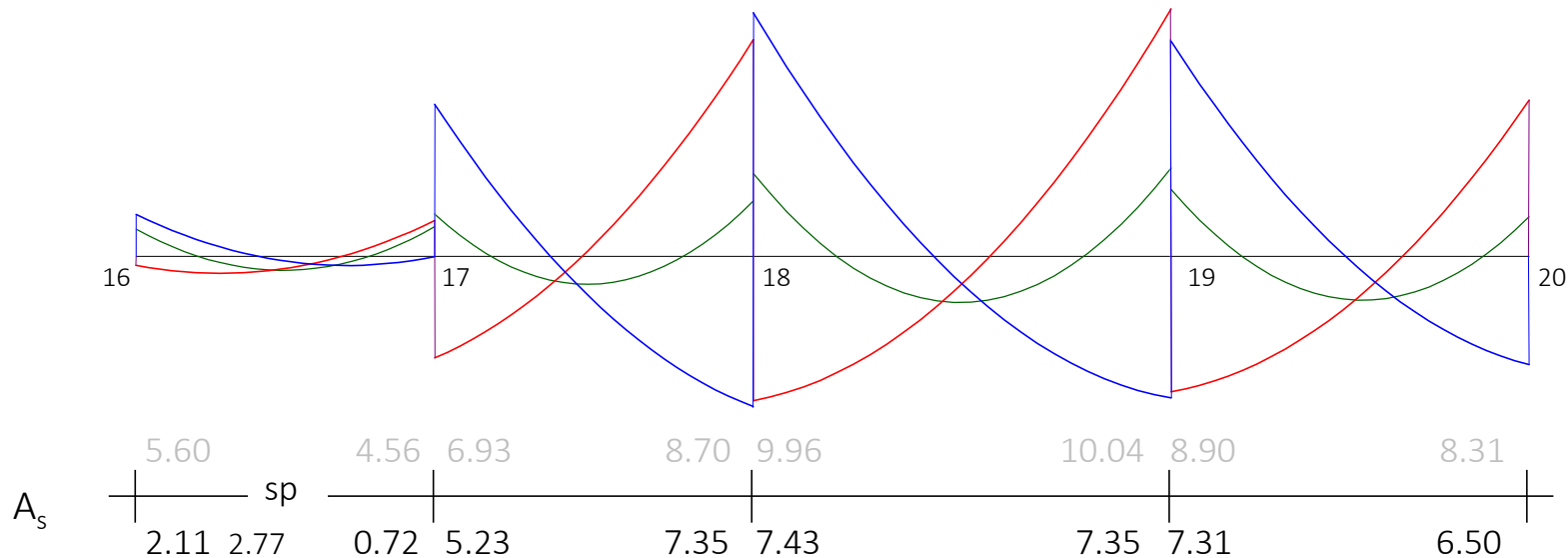


Nelle tre campate emergenti metto inferiormente 3Ø16 filanti (6.03 cm²) che interrompo al centro della campata 18-19

Trave 14-20

progetto dell'armatura longitudinale - inferiore

- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare

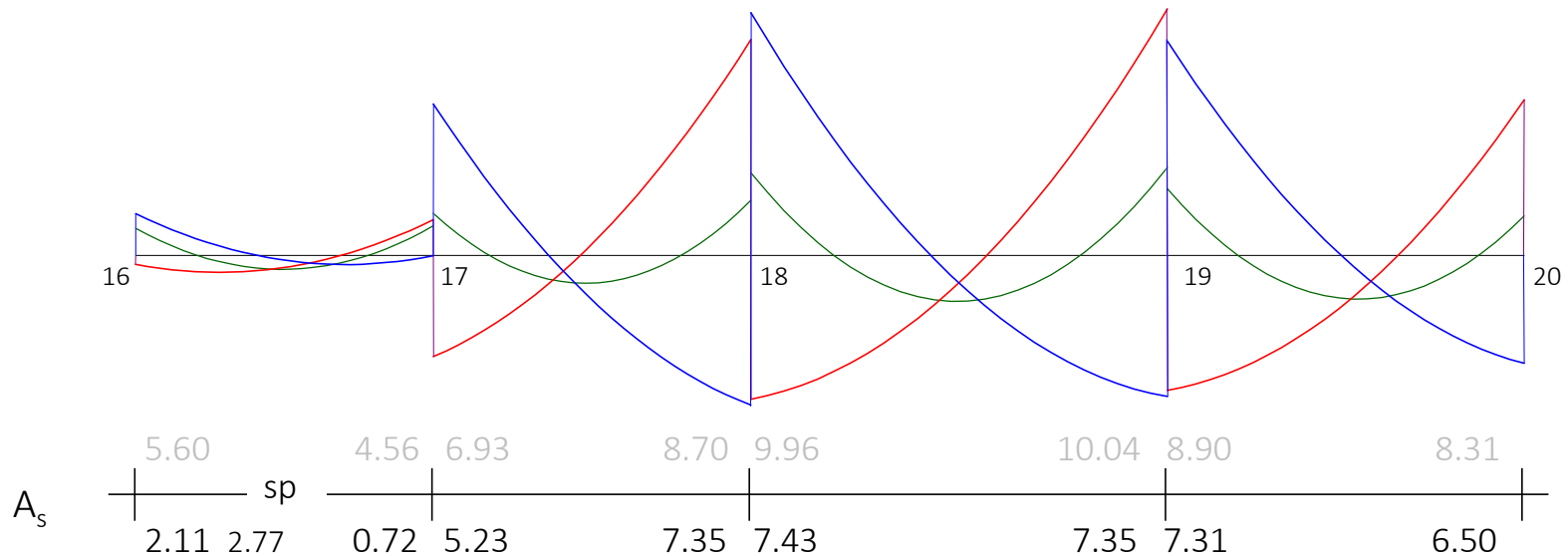


In questo caso nella campata a spessore
bastano 2Ø16 filanti inferiori (4.02 cm^2) che
interrompo agli appoggi

Trave 14-20

progetto dell'armatura longitudinale - inferiore

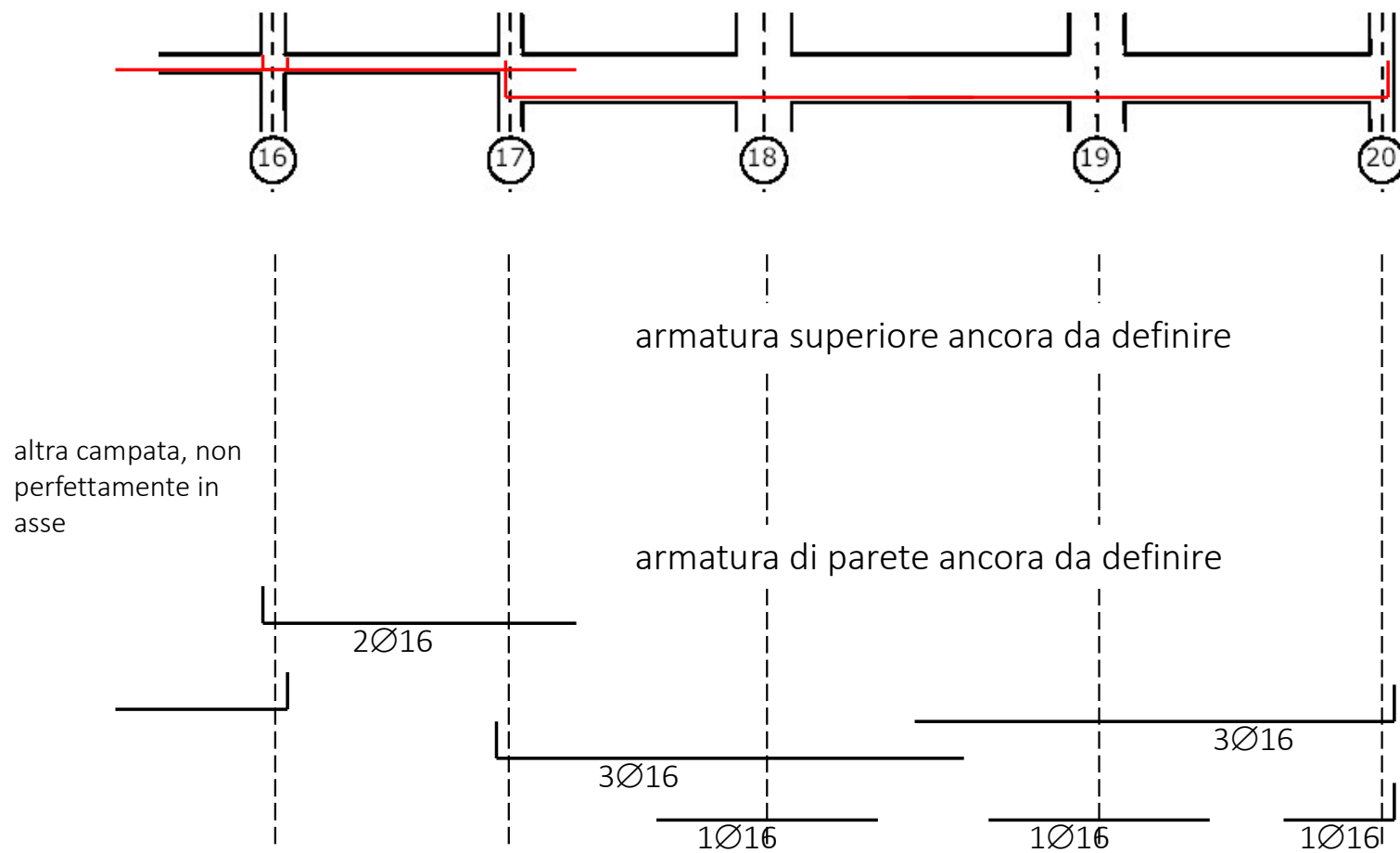
- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare



- Aggiungo monconi inferiori se le barre filanti non bastano
Devo aggiungere un moncone inferiore Ø16 a cavallo degli appoggi 18, 19 e 20

Trave 14-20

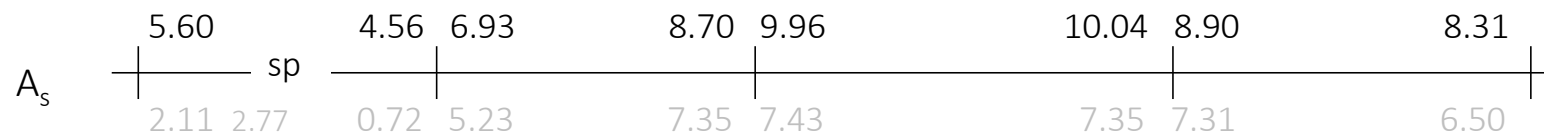
armature a flessione - inferiore



Trave 14-20

progetto dell'armatura longitudinale - superiore

- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare

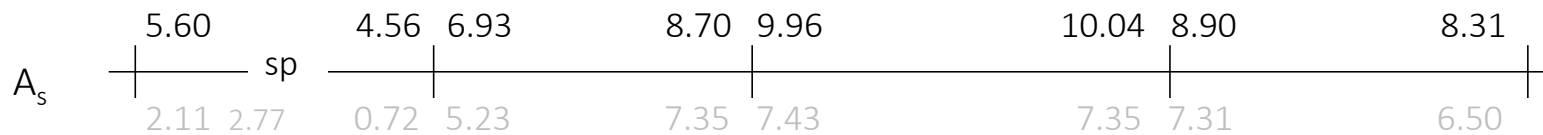


- Dispongo superiormente una quantità di barre filanti con area pari almeno al 35-40% della massima armatura superiore necessaria
 - Numero e diametro di barre filanti dipendono comunque anche da quale armatura totale devo mettere
- Le armature filanti sono interrotte in mezzeria

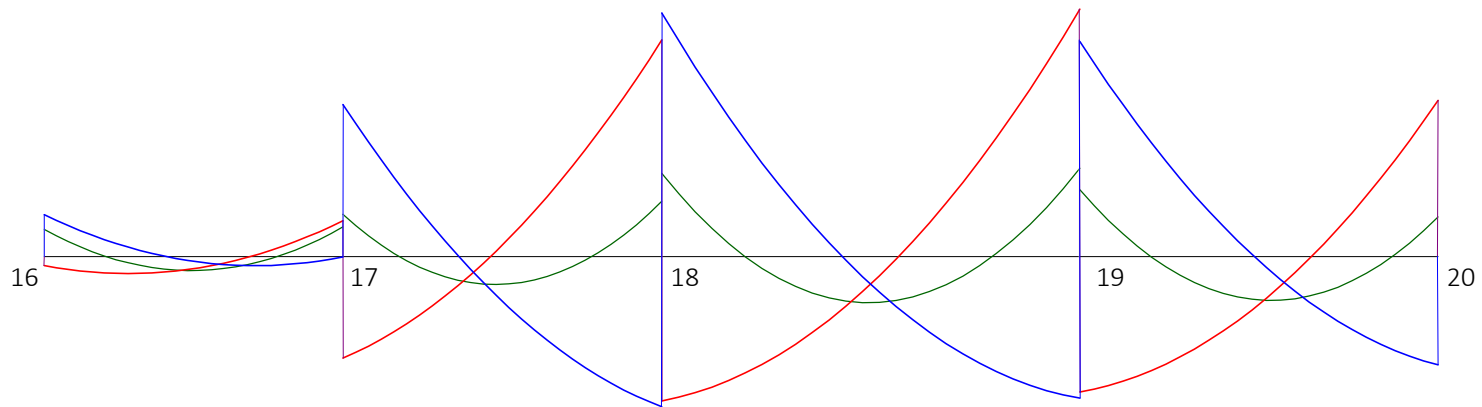
Trave 14-20

progetto dell'armatura longitudinale - superiore

- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare



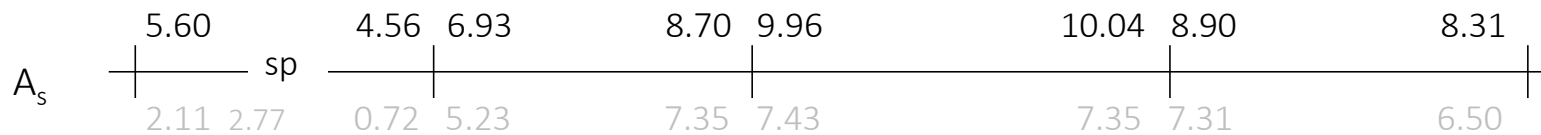
In questo caso potrebbero bastare anche solo 2 \varnothing 16 (4.02 cm²)



Trave 14-20

progetto dell'armatura longitudinale - superiore

- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare

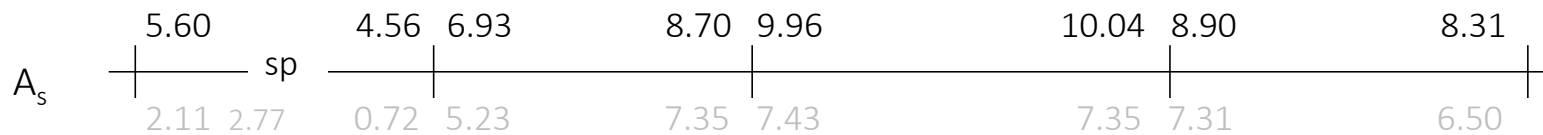


- Aggiungo poi monconi superiori agli appoggi in maniera tale da arrivare all'armatura necessaria
 - Se vi è una forte differenza tra armature necessarie ai due lati dell'appoggio posso prevedere monconi solo da un lato, ancorati dentro il nodo (al filo del pilastro opposto alla campata)
 - Mai interrompere barre nella zona dissipativa della trave

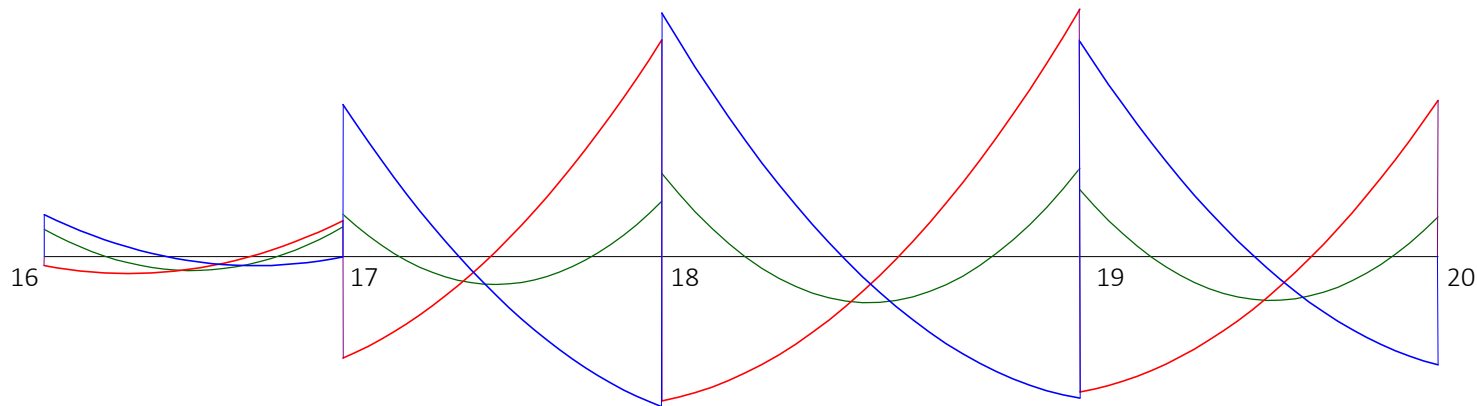
Trave 14-20

progetto dell'armatura longitudinale - superiore

- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare



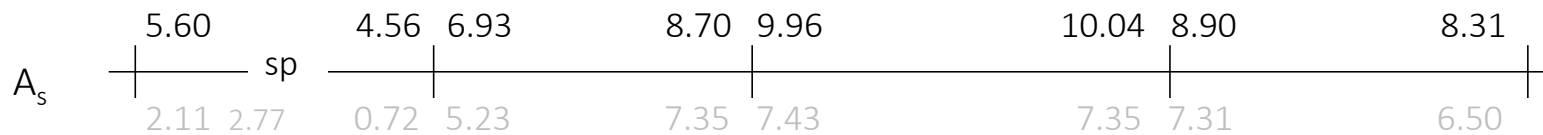
In questo caso aggiungo 3 \varnothing 16 (6.03 cm²) agli appoggi 18, 19 e 20, 2 \varnothing 16 all'appoggio 17



Trave 14-20

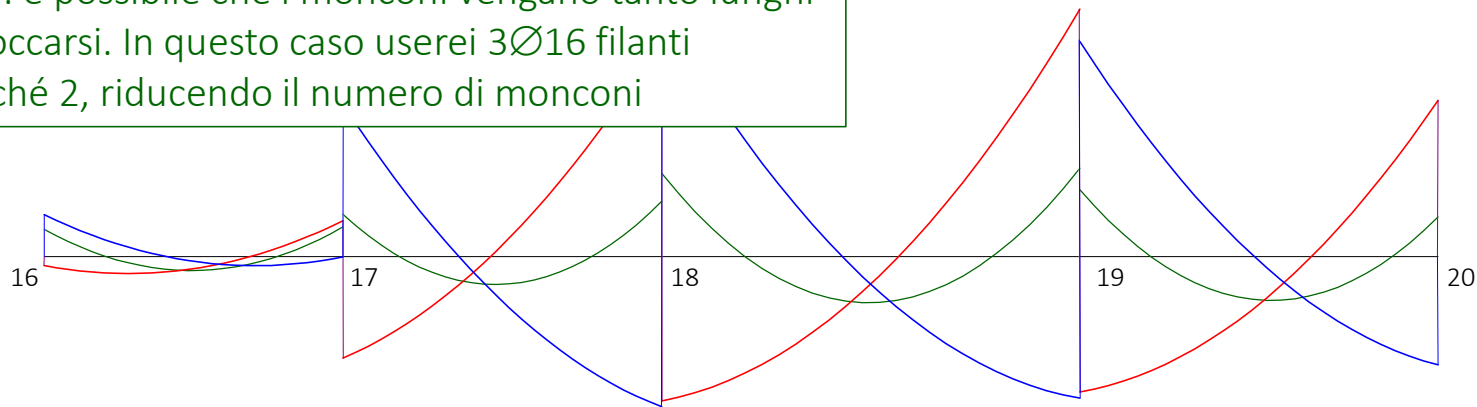
progetto dell'armatura longitudinale - superiore

- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare



In questo caso aggiungo 3Ø16 (6.03 cm²) agli appoggi 18, 19 e 20, 2Ø16 all'appoggio 17

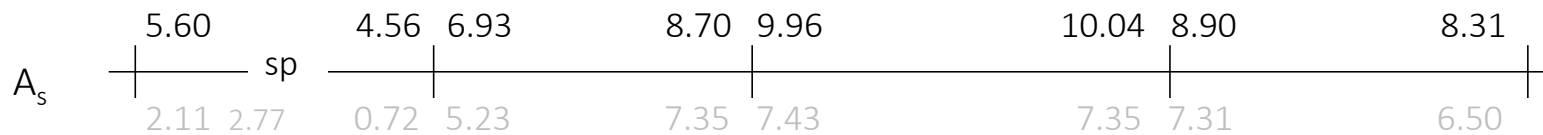
Nota: è possibile che i monconi vengano tanto lunghi da toccarsi. In questo caso userei 3Ø16 filanti anziché 2, riducendo il numero di monconi



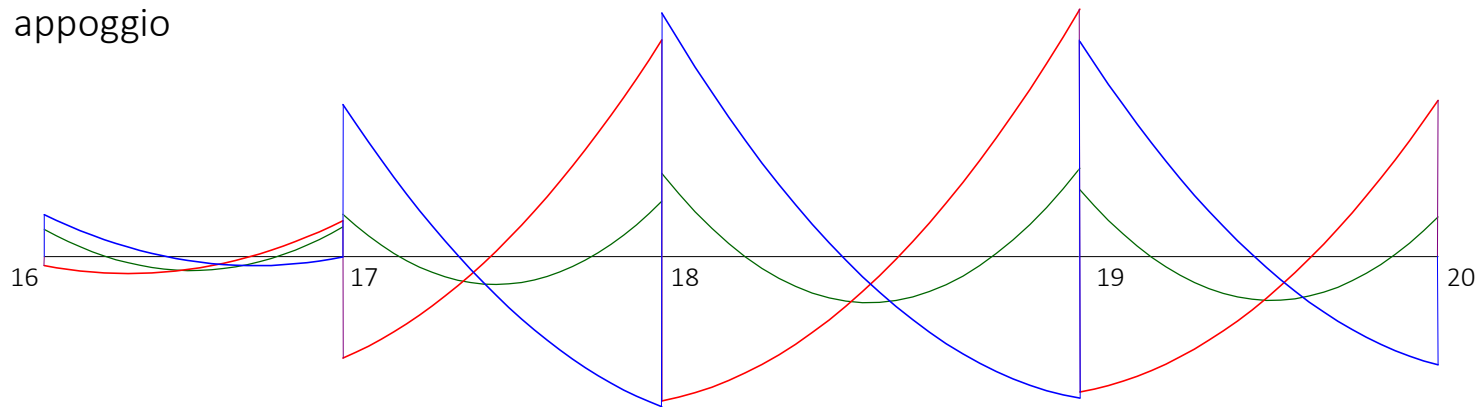
Trave 14-20

progetto dell'armatura longitudinale - superiore

- Sulla base dell'area di armatura calcolata e tenendo conto dei minimi di armatura si decide quante e quali barre utilizzare

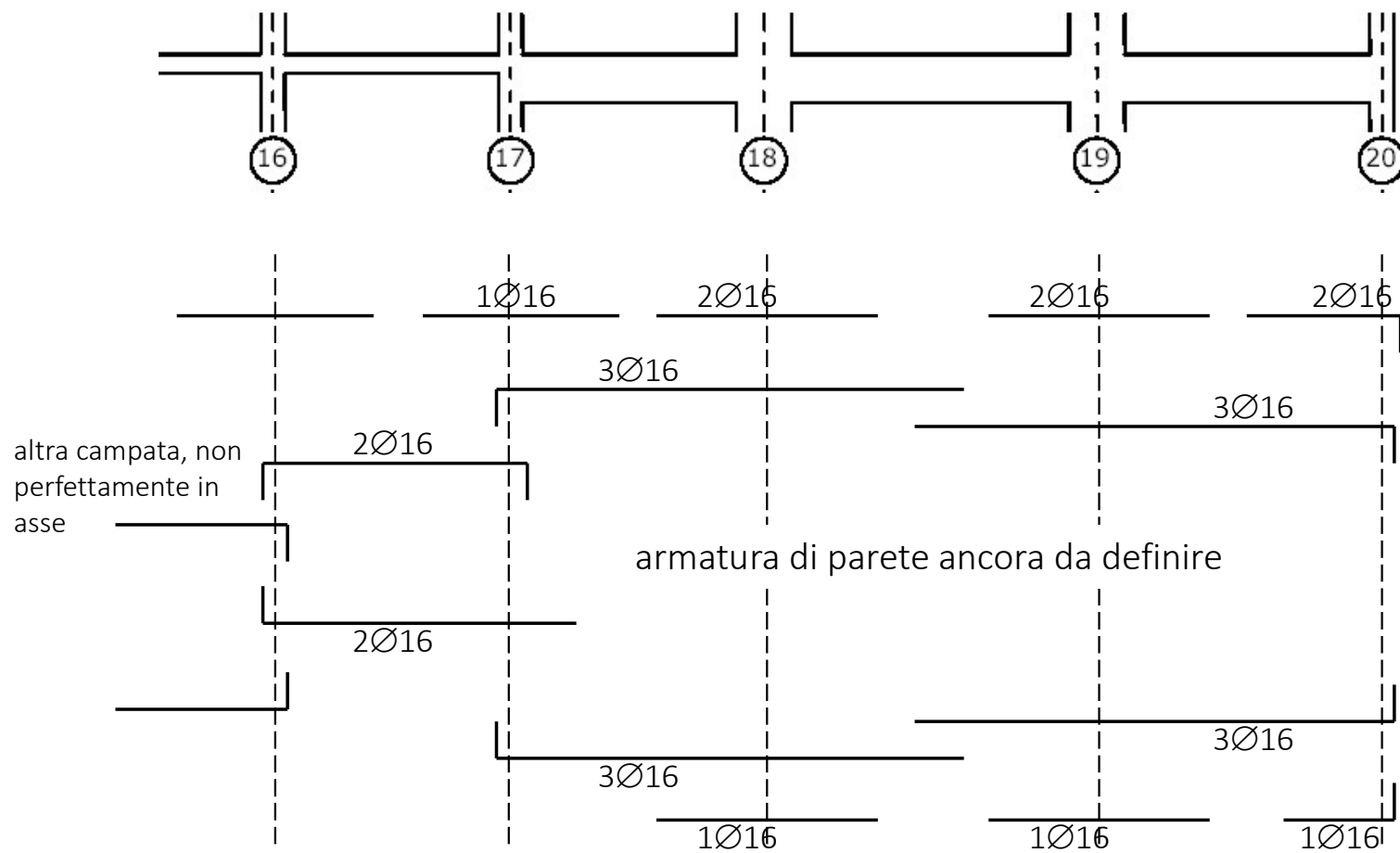


In questo caso nella campata a spessore
bastano 2Ø16 filanti superiori (4.02 cm^2)
più un moncone superiore Ø16 a ciascun
appoggio



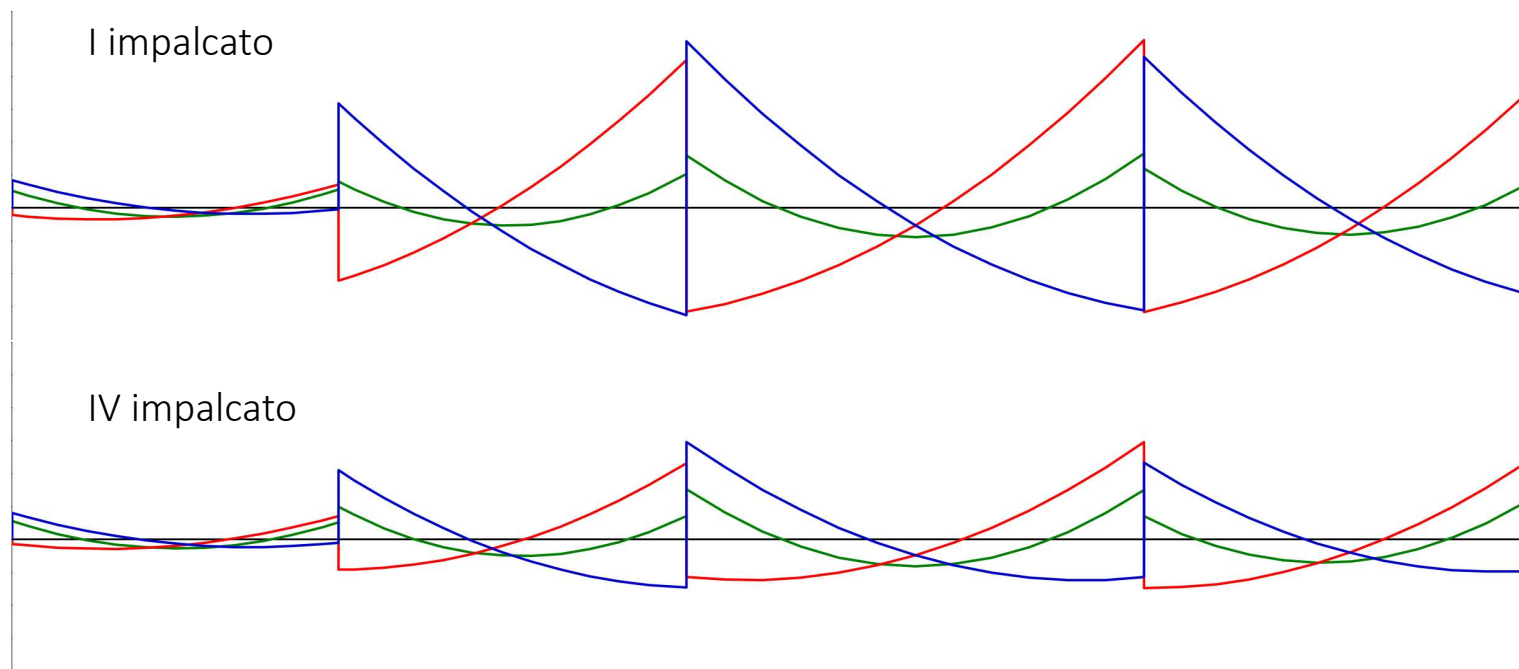
Trave 14-20

armature a flessione - superiore

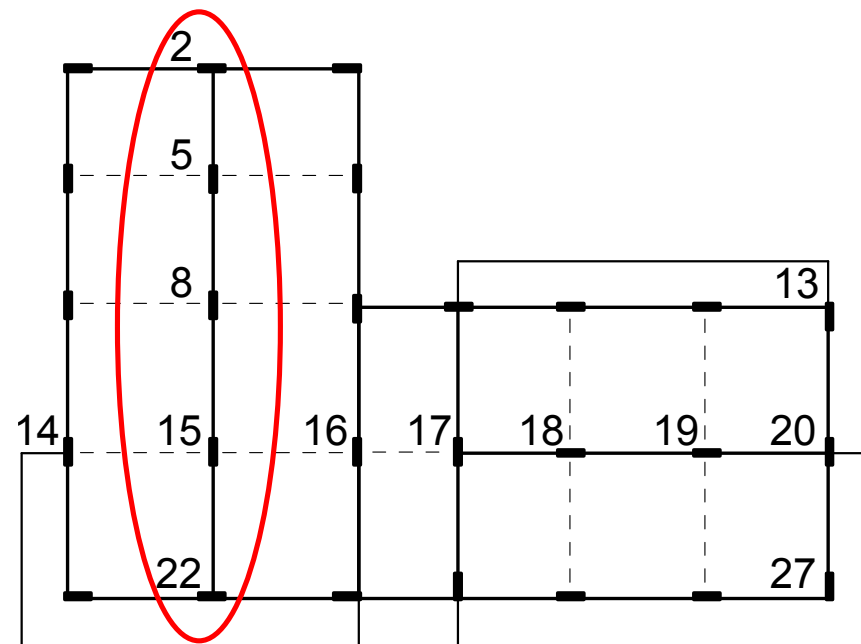


Trave 14-20

al variare del piano



Trave 22-2



Trave 22-2

momento flettente per schemi di carico base

I impalcato – analisi modale, CD “A”

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
22	-51.52	-30.85	-5.06	109.19	-5.60	-8.66
15	-93.47	-55.71	6.43	-137.56	7.06	10.92
15	-81.97	-47.50	-8.07	172.52	-8.86	-13.70
8	-76.58	-44.26	7.86	-168.39	8.65	13.37
8	-66.28	-39.38	-8.44	180.39	-9.27	-14.33
5	-63.97	-38.35	8.53	-182.22	9.36	14.47
5	-63.14	-37.83	-7.06	150.82	-7.74	-11.97
2	-36.05	-21.54	5.36	-115.58	5.93	9.17

Trave 22-2

momento flettente

l impalcato

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)	sisma x	sisma y	y+0.3 x
22	-51.52	-30.85	-5.06	109.19	-5.60	-8.66	-10.66	117.85	121.05
15	-93.47	-55.71	6.43	-137.56	7.06	10.92	13.49	-148.49	-152.53
15	-81.97	-47.50	-8.07	172.52	-8.86	-13.70	-16.93	186.23	191.31
8	-76.58	-44.26	7.86	-168.39	8.65	13.37	16.51	-181.77	-186.72
8	-66.28	-39.38	-8.44	180.39	-9.27	-14.33	-17.71	194.71	200.02
5	-63.97	-38.35	8.53	-182.22	9.36	14.47	17.89	-196.69	-202.06
5	-63.14	-37.83	-7.06	150.82	-7.74	-11.97	-14.80	162.79	167.23
2	-36.05	-21.54	5.36	-115.58	5.93	9.17	11.29	-124.74	-128.13

Trave 22-2

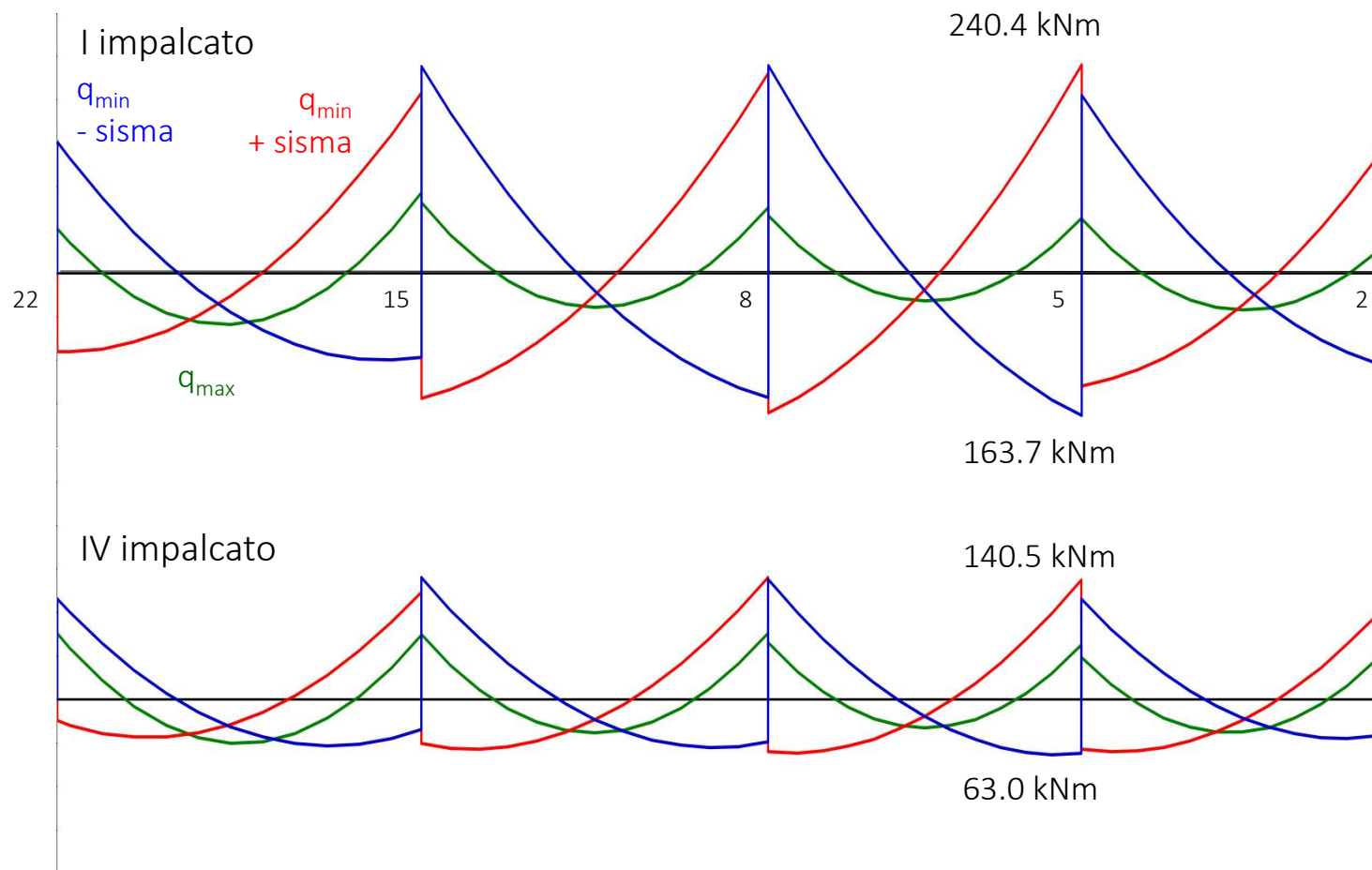
momento flettente

l impalcato

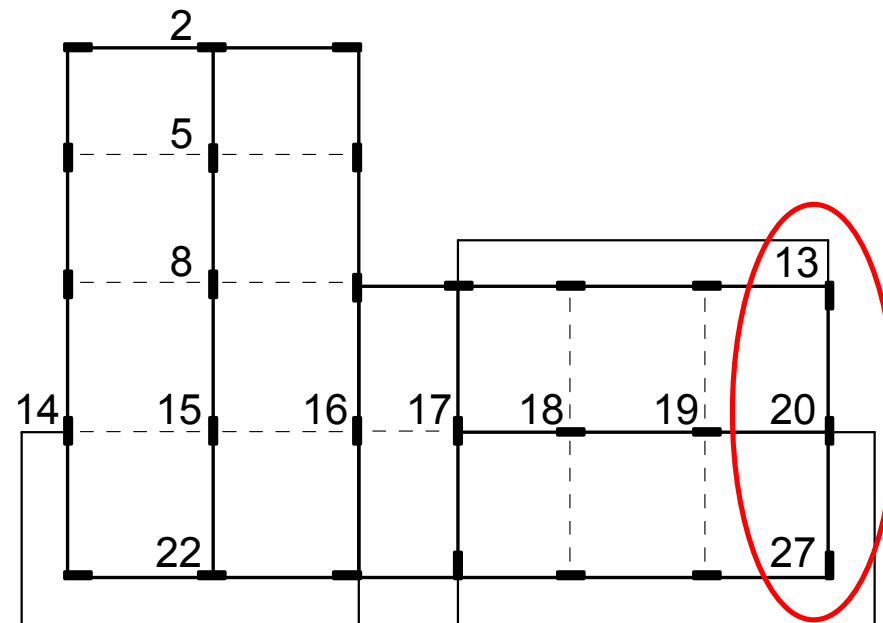
	q max	q min	y+0.3 x	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
22	-51.52	-30.85	121.05	90.20	-151.90
15	-93.47	-55.71	-152.53	-208.24	96.83
15	-81.97	-47.50	191.31	143.81	-238.81
8	-76.58	-44.26	-186.72	-230.98	142.46
8	-66.28	-39.38	200.02	160.64	-239.40
5	-63.97	-38.35	-202.06	-240.41	163.70
5	-63.14	-37.83	167.23	129.40	-205.06
2	-36.05	-21.54	-128.13	-149.67	106.59

Trave 22-2

diagramma del momento flettente (CD"A")



Trave 27-13



Trave 27-13

momento flettente per schemi di carico base

I impalcato – analisi modale

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
27	-67.29	-42.81	28.39	412.89	42.07	65.05
20	-54.46	-33.88	-26.82	-389.06	-39.65	-61.31
20	-12.14	-9.22	26.82	389.06	39.65	61.31
13	-37.62	-26.08	-28.39	-412.89	-42.07	-65.05

Nota: questa trave ha sezione maggiorata, 30×70 ed è per questo motivo che i momenti da sisma sono così alti;
i carichi verticali nella campata 20-13 sono molto bassi

Trave 27-13

momento flettente

I impalcato

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)	sisma x	sisma y	y+0.3 x
27	-67.29	-42.81	28.39	412.89	42.07	65.05	70.46	477.94	499.07
20	-54.46	-33.88	-26.82	-389.06	-39.65	-61.31	-66.46	-450.36	-470.30
20	-12.14	-9.22	26.82	389.06	39.65	61.31	66.46	450.36	470.30
13	-37.62	-26.08	-28.39	-412.89	-42.07	-65.05	-70.46	-477.94	-499.07

Trave 27-13

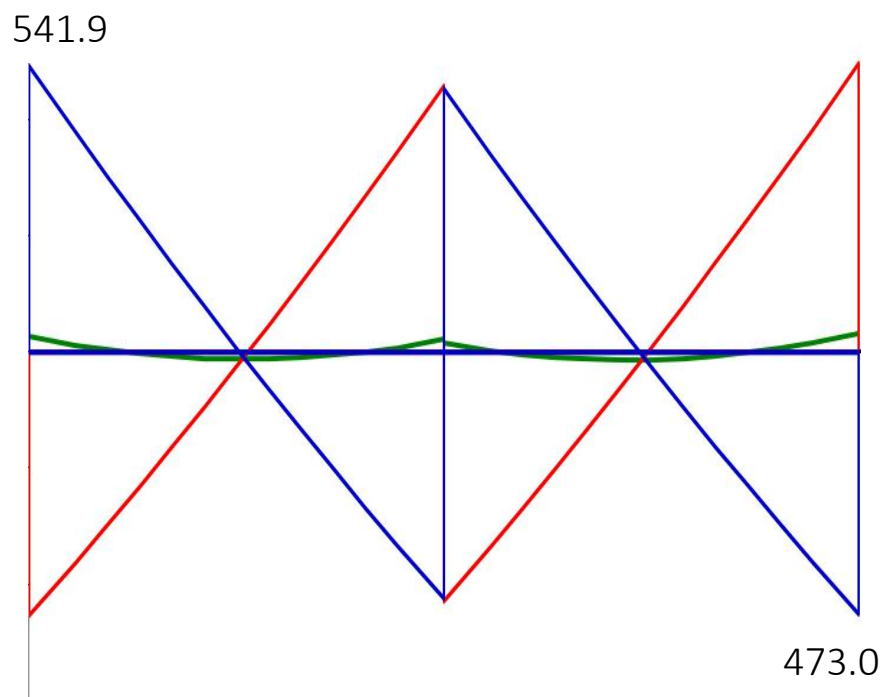
momento flettente

I impalcato

	q max	q min	y+0.3 x	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
22	-67.29	-42.81	499.07	456.27	-541.88
15	-54.46	-33.88	-470.30	-504.18	436.42
15	-12.14	-9.22	470.30	461.09	-479.52
8	-37.62	-26.08	-499.07	-525.15	473.00

Trave 27-13

diagramma del momento flettente (CD "A")



La sezione richiede:

16.4 cm² sup

15.6 cm² inf

(molto forti, ma ancora
accettabili)

Al II impalcato, un po' di più

17.5 cm² sup

16.2 cm² inf